Nikolay Yaroshevich*, Stanisław Sosnowski**

ДВУКРАТНАЯ САМОСИНХРОНИЗАЦИИ МЕХАНИЧЕСКИХ ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЕЙ, СВЯЗАННЫХ С ЛИНЕЙНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ

Аннотация. Использоваие кратной синхронизации вибровозбудителей машин и детройств может быть идеализировано в виде системы но и создавать принципиально новые устройство.Расмотрено задачу о двукратной синхронизации некоторого числа.

Ключевые слова: самосинхронизация, вибровозбудение, линейность колебательной системы

WSTĘP

Использование эффекта кратной синхронизации вибровозбудителей позволяет не только совершенствовать привод ряда вибрационных машин, но и создавать принципиально новые устройства.

Как исследование, так и практическая реализация эффекта кратной синхронизации моногармонических механических вибровозбудителей значительно упрощается, если возбудители устанавливают на нелинейной колебательной системе. В случае линейной системы в теоретическом плане приходится рассматривать особый случай, когда условия существования и устойчивости синхронных решений находятся из высших приближений, а в прикладном плане – тем или иным способом обеспечивать достаточный уровень неравномерности вращения роторов в установившемся режиме[1-6]. Вместе с тем, задача о синхронизации вибровозбудителей, связанных с линейной колебательной системой, представляет наибольший прикладной интерес, так как она соответствует схеме, по которой выполняется большинство вибрационных машин. Ранее она подробно изучалась посредством метода малого параметра Пуанкаре в работах [1, 2].

---

* Prof. dr Nikolay Yaroshevich, Luckiy Nacjonalny Politechnichesky Universytet

** Dr hab. Stanisław Sosnowski, prof. WSIE, Wyższa Szkoła Inżynieryjno - Techniczna w Ropczycach

ОБЩИЙ СЛУЧАЙ ДВУКРАТНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

Подавляющее большинство вибрационных машин и устройств может быть идеализировано в виде системы, состоящий из некоторого числа твердых тел, связанных одно с другим и с неподвижным основанием упругими и демпфирующими элементами. В качестве возбудителей колебаний чаще всего используют механические вибровозбудители. Рассмотрим задачу о двукратной синхронизации некоторого числа n дебалансных вибровозбудителей, которые приводятся во вращение от асинхронных электродвигателей (рис. 1). Пусть имеется две группы возбудителей. К первой группе отнесем k_1 вибровозбудителей, роторы которых вращаются в рассматриваемых ниже синхронных режимах с частотой ω, а ко второй - k_2 возбудителей с роторами, вращающимися с частотой 2ω $(k_1 + k_2 = n)$. В соответствии с этим, в дальнейшем, первый индекс при обозначениях указывает на номер группы, к которой относится вибровозбудитель, а второй – номер возбудителя в этой группе.

Введем $O_{qs}u_{qs}v_{qs}w_{qs}$ $\left(qs = 11,...,1k_1,\ 21,...,2k_2\right)$ - прямоугольную систему координат, жёстко связанную с соответствующим телом несущей системы (рис. 2), причем ось $O_{qs}w_{qs}$ направлена вдоль оси вращения ротора qs-го возбудителя, а начало координат O_{qs} выбрано так, чтобы центр тяжести ротора всегда находился в плоскости $O_{qs}u_{qs}v_{qs}$; направления осей u_{qs} и v_{qs} произвольны. Положение ротора qs-го возбудителя по отношению к указанным осям определяется углом поворота φ_{qs} между вектором-эксцентриситетом $O_{qs}c_{qs} = \varepsilon_{qs}\bar{e}_{qs}\left(\varphi_{qs}\right)$ и осью $O_{qs}u_{qs}$. Здесь через ε_{qs} обозначен модуль, а через $\bar{e}_{qs}\left(\varphi_{qs}\right) = \bar{i}_{qs} \cos\varphi_{qs} + \bar{j}_{qs} \sin\varphi_{qs}$ орт вектора эксцентриситета ($\bar{i}_{qs}$ и $\bar{j}_{qs}$ – соответственно, орты осей $O_{qs}u_{qs}$ и $O_{qs}v_{qs}$).

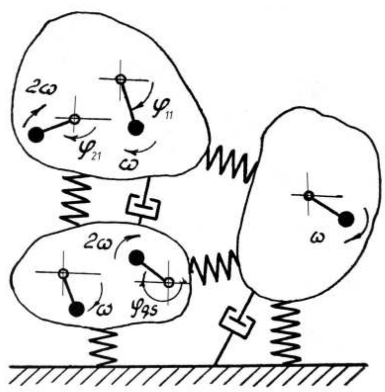

Рис. 1. Схема колебательной системы с дебалансными вибровозбудителями

Fig. 1 Draft of the swinging system with unbalanced vibroexciters

Пусть далее $\overline{u}_{qs} = O_{qs}O_{qs}^{o}$ – вектор смещения точки O_{qs} из положения равновесия O_{qs}^{o} при колебаниях тела. Тогда, уравнения движения системы могут быть представлены в виде

$$I_{qs}\ddot{\varphi}_{qs} + k_{qs}\left(\dot{\varphi}_{qs} - \omega_q\right) = L_{qs}\left(\omega_q\right) - R_{qs}\left(\omega_q\right) - m_{qs}\varepsilon_{qs}\ddot{\overline{u}}_{qs}\overline{g}_{qs}\left(\varphi_{qs}\right) + H_{qs}\left(\varphi_{qs}\right), \qquad 1)$$

$$D\overline{u} = \sum_{q=1}^{2}\sum_{s=1}^{l_q} F_{qs}\left(\ddot{\varphi}_{qs}, \dot{\varphi}_{qs}, \varphi_{qs}\right), \qquad (2)$$

где $H_{qs}\left(\varphi_{qs}\right) = H_{qs}^{(0)} + H_{qs}^{(1)} cos\,\varphi_{qs}$.

Здесь $I_{qs}, m_{qs}, \varepsilon_{qs}$ – соответственно, момент инерции ротора qs-го вибровозбудителя относительно оси вращения, его масса и эксцентриситет; $k_{qs} > 0$ - суммарный коэффициент демпфирования; $\mu > 0$ – малый параметр; $L_{qs}\left(\omega_{qs}\right)$, $R_{qs}\left(\omega_q\right)$ – соответственно, вращающий момент qs–го асинхронного электродвигателя и момент сил сопротивления вращению; $\overline{u}$ – вектор обобщенных координат, определяющих положение несущих тел; $H_{qs}\left(\varphi_{qs}\right)$ – консервативные моменты, обусловленные действием на вибровозбудитель силы тяжести или наличием упругой связи; $\overline{g}_{qs}\left(\varphi_{qs}\right) = -\overline{i}_{qs} sin\,\varphi_{qs} + \overline{j}_{qs} cos\,\varphi_{qs}$ - орт, перпендикулярный вектору-эксцентриситету вибровозбудителя.

Уравнения (1) представляют собой уравнения движения роторов вибровозбудителей, а уравнение (2) является символической записью системы уравнений движения тела или системы тел, на которых установлены возбудители; последние уравнения предполагаются линейными. В (1) учтены консервативные составляющие $H_{qs}\left(\varphi_{qs}\right)$ моментов сил, действующих на роторы. Эти моменты играют в случае кратной самосинхронизации важную роль, тогда как в случае простой синхронизации они не существенны и, обычно, не учитываются.

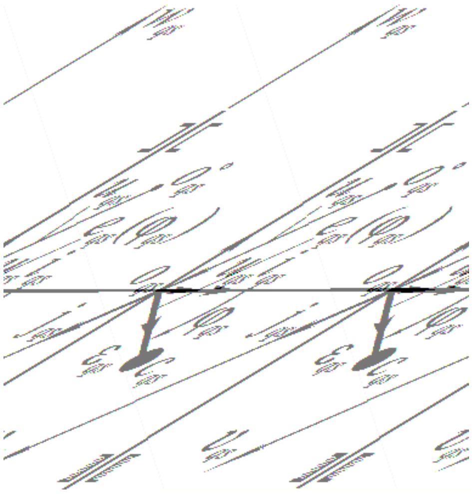

Рис. 2. Прямоугольная система координат, связаная с qs вибровозбудителем

Fig. 2. The right (rectangular) angle system of co-ordinates concerning the vibroexciter qs

Используя метод прямого разделения движений, будем интересоваться решениями системы уравнений (1), (2) вида

$$\varphi_{qs} = \omega_q + \alpha_{qs}(t) + \psi_{qs}(t, \omega t), \quad \bar{u} = \bar{u}(t, \omega t) \tag{3}$$

где ω_q – частота синхронного вращения ротора qs –го вибровозбудителя $(\omega_1 = \omega,\ \omega_2 = 2\omega)$; $\alpha_{qs}(t)$ – медленные, а $\psi_{qs}(t, \omega t), \bar{u}$ – быстрые составляющие, которые можно считать 2π – периодическими по $\tau = \omega t$, причем

$$\left\langle \psi_{qs}(t, \tau) \right\rangle = 0, \left\langle \bar{u}(t, \tau) \right\rangle = 0 \tag{4}$$

Угловыми скобками $\langle ... \rangle$ обозначен оператор усреднения по „быстрому времени" τ .

От исходных уравнений движения роторов вибровозбудителей (1) можно перейти к уравнениям медленного и быстрого движений [3, 4]:

$$I_{qs}\ddot{\alpha}_{qs} + k_{qs}\dot{\alpha}_{qs} = \mu\left\langle \Phi_{qs}\left(\ddot{\bar{u}}_{qs}, \varphi_{qs}\right)\right\rangle, \tag{5}$$

$$I_{qs}\ddot{\psi}_{qs} + k_{qs}\dot{\psi}_{qs} = \mu\left[\Phi_{qs}\left(\ddot{\bar{u}}_{qs}, \varphi_{qs}\right) - \left\langle \Phi_{qs}\left(\ddot{\bar{u}}_{qs}, \varphi_{qs}\right)\right\rangle\right], \tag{6}$$

где $\mu\Phi_{qs}\left(\ddot{\bar{u}}_{qs}, \varphi_{qs}\right) = m_{qs}\varepsilon_{qs}\ddot{\bar{u}}_{qs}\left\{\bar{i}_{qs}\left[\psi_{qs}\, cos\left(\omega_q t + \alpha_{qs}\right) + sin\left(\omega_q t + \alpha_{qs}\right)\right] - \right.$

$$\left. -\bar{j}_{qs}\left[cos\left(\omega_q t + \alpha_{qs}\right) - \psi_{qs}\, sin\left(\omega_q t + \alpha_{qs}\right)\right]\right\} + L_{qs}\left(\omega_q\right) - R_{qs}\left(\omega_q\right) +$$

$$+H_{qs}^{(0)} + H_{qs}^{(1)}\left[cos\left(\omega_q t + \alpha_{qs}\right) - \psi_{qs}\, sin\left(\omega_q t + \alpha_{qs}\right)\right].$$

Перемещение центра тяжести qs -го ротора вибровозбудителя $\overline{u}_{qs}$ выразим через параметры возбудителей и колебательной системы. Для этого воспользуемся гармоническими коэффициентами влияния второго рода [1, 4, 7, 8]. Коэффициенты влияния определяются в результате решения задачи об установившихся вынужденных колебаниях системы под действием вынуждающих сил, развиваемых возбудителями при их равномерном вращении. Эти силы определяются выражениями

$$\overline{F}_{qs}^{(0)} = -m_{qs}\varepsilon_{qs}\left[\dot{\varphi}_{qs}\overline{g}_{qs}\left(\varphi_{qs}\right)\right]^{\bullet} = m_{qs}\varepsilon_{qs}\omega_q^2\left[\overline{i}_{qs}\, cos\left(\omega_q t+\alpha_{qs}\right)+\overline{j}_{qs}\, sin\left(\omega_q t+\alpha_{qs}\right)\right].$$

Считая известными гармонические коэффициенты влияния $K_{u_p v_q}^{js}\left(\omega_p\right),...,G_{u_p v_q}^{js}\left(\omega_p\right)$, находим $\overline{u}_{qs}^{(0)}$ в виде [1].

Периодические решения уравнений быстрых движений (6) будем разыскивать в виде ряда по степеням малого параметра $\psi_{qs} = \psi_{qs}^{(0)} + \mu\psi_{qs}^{(1)} + \ldots$. Ограничиваясь членами, содержащими μ в степени не выше первой, при учете условия (4) находим

$$\begin{aligned}
\psi_{qs} = &-\frac{H_{qs}^{(1)}}{\omega_q^2 I_{qs}} cos\left(q\omega t+\alpha_{qs}\right)+\frac{m_{qs}\varepsilon_{qs}}{2I_{qs}}\sum_{p=1}^{2}\sum_{j=1}^{l_p} m_{pi}\varepsilon_{pi}\omega_p^4 \times \\
&\times\left\{\frac{K_{u_p u_q}^{js}\left(\omega_p\right)-G_{v_p u_q}^{js}\left(\omega_p\right)-K_{v_p u_q}^{js}\left(\omega_p\right)-G_{u_p v_q}^{js}\left(\omega_p\right)}{\left(p+q\right)^2\omega^2} sin\left[\left(p+q\right)+\alpha_{pj}+\alpha_{qs}\right]-\right. \\
&-\frac{K_{v_p u_q}^{js}\left(\omega_p\right)+G_{u_p u_q}^{js}\left(\omega_p\right)+K_{u_p v_q}^{js}\left(\omega_p\right)-G_{v_p v_q}^{js}\left(\omega_p\right)}{\left(p+q\right)^2\omega^2} cos\left[\left(p+q\right)\omega t+\alpha_{qs}+\alpha_{pi}\right]- \\
&-\frac{\left[K_{u_p u_q}^{js}\left(\omega_p\right)-G_{v_p u_q}^{js}\left(\omega_p\right)+K_{v_p v_q}^{js}\left(\omega_p\right)+G_{u_p v_q}^{js}\left(\omega_p\right)\right]\left(p-q\right)^2}{\omega^2} sin\left[\left(p-q\right)\omega t+\alpha_{pi}-\alpha_{qs}\right]- \\
&\left.-\frac{\left[K_{u_{pv} u_q}^{js}\left(\omega_p\right)-G_{v_p v_q}^{js}\left(\omega_p\right)-K_{v_p u_q}^{js}\left(\omega_p\right)-G_{u_p u_q}^{js}\left(\omega_p\right)\right]\left(p-q\right)^2}{\omega^2} cos\left[\left(p-q\right)\omega t+\alpha_{qs}-\alpha_{pi}\right]\right\}.
\end{aligned}$$

Выполнив усреднение в правой части равенств (5) с учетом ψ_{qs} и учитывая, что для гармонических коэффициентов влияния имеют место соотношения $K_{u_p u_q}^{js}\left(p\omega\right) = {K_{u_p u_q}^{js}\left(\omega\right)}\big/{p^2}$, получаем выражения для вибрационных моментов V_{qs}. Как известно, вибрационные моменты, характеризуют динамическую связь между роторами возбудителей и приводят, при надлежащих условиях, к их самосинхронизации.

Оказывается, что вибрационные моменты в уравнениях для «быстрых» вибровозбудителей содержат лишь разности фаз данной группы возбудителей, в то время как фазы возбудителей, вращающихся с основной частотой, отсутствуют. Соотношения, связывающие фазы возбудителей, вращающихся с кратными частотами, получаются при рассмотрении уравнений (5) с учетом следующего приближения к функции $\overline{u}_{qs}$.

Предполагая, что вибровозбудители вращаются по закону (3), т.е. почти равномерно, имеем

$$\overline{F}_{qs}^{(1)} = \frac{2m_{qs}\varepsilon_{qs}H_{qs}^{(1)}}{I_{qs}}\left[\overline{i}_{qs}\, sin\left(2\omega_q t + 2\alpha_{qs}\right) - \overline{j}_{qs}\, cos\left(2\omega_q t + 2\alpha_{qs}\right)\right] + \overline{F}_{qs}^{(0)},$$

а выражения для $\overline{u}_{qs}$ могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned}\overline{u}_{qs}^{(1)} = \sum_{p=1}^{2}\sum_{j=1}^{l_p}\frac{m_{pi}\varepsilon_{pi}H_{pi}^{(1)}}{2p^2 I_{pj}}\Big\{\overline{i}_{qs}\Big[&\left(K_{u_p u_q}^{js}(\omega) - G_{v_p u_q}^{js}(\omega)\right)sin\left(2p\omega t + 2\alpha_{pi}\right) - \\ -&\left(K_{v_p u_q}^{js}(\omega) + G_{u_p u_q}^{js}(\omega)\right)cos\left(2p\omega t + 2\alpha_{pi}\right)\Big] + \\ \overline{j}_{qs}\Big[&\left(K_{u_p v_q}^{js}(\omega) - G_{v_p v_q}^{js}(\omega)\right)sin\left(2p\omega t + 2\alpha_{pi}\right) - \\ -&\left(K_{v_p v_q}^{js}(\omega) + G_{u_p v_q}^{js}(\omega)\right)cos\left(2p\omega t + 2\alpha_{pi}\right)\Big]\Big\} + \overline{u}_{qs}^{(0)}.\end{aligned} \tag{7}$$

Производя усреднение выражений (5) при учете (7) получаем выражения вибрационных моментов для «быстрых» вибровозбудителей. Заметим, что в рассматриваемом приближении, уравнения для медленных роторов возбудителей с учетом $\overline{u}_{qs}^{(1)}$ не изменяются. Тогда основные уравнения вибрационной механики запишутся в виде

$$\begin{aligned} I_{1s}\ddot{\alpha}_{1s} + k_{1s}\dot{\alpha}_{1s} &= L_{1s}(\omega) - R_{1s}(\omega) + V_{1s} + V_{1s}^{*}, \\ I_{2s}\ddot{\alpha}_{2s} + k_{2s}\dot{\alpha}_{2s} &= L_{2s}(\omega) - R_{2s}(2\omega) + V_{2s} + V_{2s}^{*}, \end{aligned} \tag{8}$$

где $V_{1s} = -\frac{m_{1s}\varepsilon_{1s}\omega^2}{2}\sum_{j=1}^{l_1} m_{1j}\varepsilon_{1j}\left[B_{11}^{js}(\omega)sin\left(\alpha_{1s} - \alpha_{1j}\right) + C_{11}^{js}(\omega)cos\left(\alpha_{1j} - \alpha_{1s}\right)\right]$;

$$\begin{aligned} V_{1s}^{*} = \frac{2m_{1s}\varepsilon_{1s}H_{1s}^{(1)}\omega^2}{I_{1s}}\sum_{j=1}^{l_2} m_{2j}\varepsilon_{2j}\Big[&B_{21}^{js}(\omega)cos\left(2\alpha_{1s} - \alpha_{2j}\right) + \\ +&C_{21}^{js}(\omega)sin\left(2\alpha_{1j} - \alpha_{2s}\right)\Big]; \end{aligned}$$

$$V_{2s} = -2m_{2s}\varepsilon_{2s}\omega^2\sum_{j=1}^{l_2} m_{2j}\varepsilon_{2j}\left[B_{22}^{js}(\omega)sin\left(\alpha_{2s} - \alpha_{2j}\right) + C_{22}^{js}(\omega)cos\left(\alpha_{2s} - \alpha_{2j}\right)\right];$$

$$V_{2s}^{*}=-m_{2s}\varepsilon_{2s}\omega^{2}\sum_{j=1}^{l_1}\frac{m_{1j}\varepsilon_{1j}H_{1j}^{(1)}}{I_{1j}}\Big[B_{12}^{js}(\omega)cos\big(2\alpha_{1s}-\alpha_{2j}\big)+$$
$$+C_{12}^{js}(\omega)sin\big(2\alpha_{1s}-\alpha_{2j}\big)\Big];$$
$$B_{pq}^{js}(\omega)=K_{u_pu_q}^{js}(\omega)-G_{v_pu_q}^{js}(\omega)+K_{v_pv_q}^{js}(\omega)+G_{u_pv_q}^{js}(\omega);$$
$$C_{pq}^{js}(\omega)=K_{v_pu_q}^{js}(\omega)+G_{u_pu_q}^{js}(\omega)-K_{u_pv_q}^{js}(\omega)+G_{v_pv_q}^{js}(\omega).$$

При этом имеют место соотношения:

$$\sum_{s=1}^{k_1}V_{1s}=0,\ \sum_{s=1}^{k_2}V_{2s}=0,\ \sum_{s=1}^{k_1}W_{1s}^{*}+2\sum_{s=1}^{k_2}W_{2s}^{*}=0.$$

Приравнивая нулю правые части уравнений (8), получим соотношения для определения сдвигов фаз и частоты ω вращения роторов в возможных синхронных движениях. Выражения для вибрационных моментов V_{qs} совпадают с полученными более сложным путем, с помощью метода Пуанкаре [2]. Следовательно, совпадут и все другие результаты. Более того, полученные уравнения (8) описывают также движения в окрестности установившихся синхронных режимов $\alpha_{qs}=const$.

Примечательно, что в случае кратной синхронизации свойство взаимности, согласно которому сумма всех вибрационных моментов тождественно равна нулю, не выполняется. Действительно, вибрационные моменты не изменяют общего баланса энергии в системе, а лишь перераспределяют подводимую к системе энергию между отдельными возбудителями. Равной нулю, в этом случае, является сумма мощностей, передаваемых одними возбудителями и воспринимаемых другими, т.е. соответствующие произведения вибрационных моментов на частоты их вращения. Следовательно, ситуация в случае кратной самосинхронизации такова, как если бы роторы возбудителей были связаны кинематически с соответствующим передаточным отношением. Таким образом, вибрационная связь между роторами возбудителей в энергетическом отношении вполне соответствует связи посредством механических передач.

Из (8) следует также, что вибровозбудители в случае кратной синхронизации неравноправны - влияние параметров «медленных» возбудителей является определяющим. Более того, в случае применения устройства для усиления тенденции вибровозбудителей к кратной синхронизации [5], установка его необходима лишь на «медленные» возбудители.

Заметим, что решение задачи о кратной синхронизации механических вибровозбудителей при другом соотношении частот может быть получено аналогично. Однако исследование этих режимов связано с необходимостью нахождения следующих приближений, т.е. приводит к большим трудностям вычислительного характера. Кроме того, соответствующие значения получаемых вибрационных моментов сравнительно малы и, значит, эти режимы более трудны для практической реализации.

В качестве примера рассмотрим двукратную синхронизацию трех вибровозбудителей на мягко виброизолированом $(c_x \approx 0)$ твердом теле, которое может совершать поступательные колебания (рис. 3).

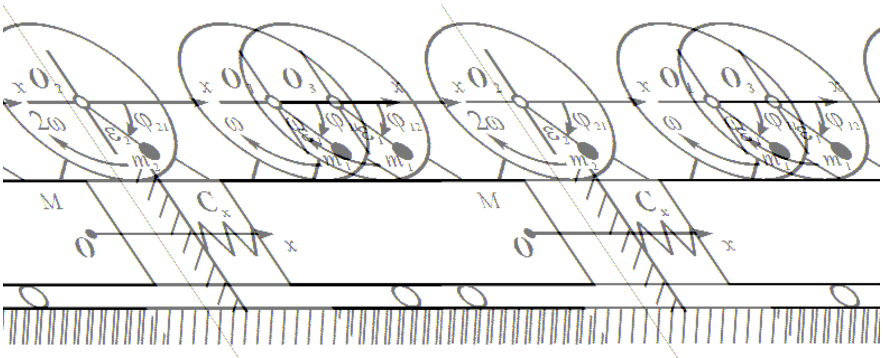

Рис. 3. Динамическая схема вибрационного устройства с одной степенью свободы

Fig. 3. The dynamic draft of vibrating mechanizm with the first stage (level ?) of freedom

Согласно определению гармонических коэффициентов влияния второго рода, из уравнения

$$M\ddot{x} = sin\,\omega_q t$$

описывающего колебания твердого тела под действием гармонической вынуждающей силы единичной амплитуды, находим

$$K^{12}_{x_1x_1}(\omega) = K^{21}_{x_1x_1}(\omega) = -\frac{I}{M\omega^2}, \quad K^{11}_{x_2x_1}(2\omega) = K^{12}_{x_2x_1}(2\omega) = -\frac{I}{4M\omega^2}. \quad (9)$$

Подставив выражения (9) в (8), приходим к дифференциальным уравнениям медленных процессов установления синхронного режима (полагаем $m_{11} = m_{12} = m_1$, $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{12} = \varepsilon_1$, $I_{11} = I_{12} = I_1$, $\varepsilon_{21} = \varepsilon_2$, $m_{21} = m_2$)

$$I_{11}\ddot{\alpha}_{11} + k_{11}\dot{\alpha}_{11} = L_{11}(\omega) - R_{11}(\omega) - \frac{2m_1\varepsilon_1 m_2\varepsilon_2 H_1^{(1)}}{I_1 M}cos(2\alpha_{11} - \alpha_{21}) +$$
$$+\frac{m_1^2\varepsilon_1^2\omega^2}{2M}sin(\alpha_{11} - \alpha_{12}),$$
$$I_{12}\ddot{\alpha}_{12} + k_{12}\dot{\alpha}_{12} = L_{12}(\omega) - R_{12}(\omega) - \frac{2m_1\varepsilon_1 m_2\varepsilon_2 H_1^{(1)}}{I_1 M}cos(2\alpha_{12} - \alpha_{21}) -$$
$$-\frac{m_1^2\varepsilon_1^2\omega^2}{2M}sin(\alpha_{11} - \alpha_{12}),$$

$$I_{21}\ddot{\alpha}_{21} + k_{21}\dot{\alpha}_{21} = L_{21}\left(2\omega\right) - R_{21}\left(2\omega\right) +$$
$$+\frac{m_1\varepsilon_1 m_2\varepsilon_2 H_1^{(1)}}{I_1 M}\left(cos\left(2\alpha_{11} - \alpha_{21}\right) + cos\left(2\alpha_{12} - \alpha_{21}\right)\right).$$

Здесь $H_1^{(1)} = -m_1\varepsilon_1 g$.

Этот результат соответствует полученному в [1, 2] более сложным путем с помощью метода Пуанкаре.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Барзуков О.П.**, 1973: Двукратная синхронизация механических вибраторов, связанных с линейной колебательной системой, Изв.АН СССР МТТ.. № 6. с.22-29.
2. **Барзуков О.П.**, 1972: Кратная синхронизация в системе слабосвязанных объектов с одной степенью свободы, ПММ.. Т.36. Вып.2. с.225-231.
3. **Блехман И.И.**, 1994: Вибрационная механика. М.: Физматлит.. 400 с. (Английский перевод; Vibrational Mechanics, World Scientific, 2000).
4. **Блехман И. И.**, 1984: Синхронизация в природе и технике. М.: Наука,. 352 с. (Английкий перевод: Synchronization in Science and Technology New York: ASME Press; 1988).
5. **Блехман И.И.**, 1973: Инерционный вибратор: А.с. 388974, Б.И.. №29.
6. **Рагульскис К.М.**, 1963: Механизмы на вибрирующем основании. Каунас: Изд. Ин-та энергетики и электротехники АН Лит. ССР, 232 с.
7. **Ходжаев К.Ш.**, 1967: Синхронизация механических вибраторов, связанных с линейной колебательной системой, Инженерный журнал. МТТ. № 4. С. 14-23.
8. **Sperling L.**, 1967: Beitrag zur allgemeinen Theorie der Selbstsinchronisation umlaufender Unwuchtmassen in Nichtresonanzfall//Wiss. Zeitschr. Magdeburg:Techn. Hochschule Otto von Guericke –. H. 1, No 11.

DOUBLE MULTIPLE SYNCHRONIZATION OF THE MECHANICAL VIBROEXCITERS CONNECTED WITH LINEAR OSCILLATORY SYSTEM

Summary. The problem of double-multiple synchronization connected with linear oscillatory system is considered by the method of direct movements division. Thus the found expressions for the vibrating moments exactly coincide with those which are received in a more complex way by means of the Puancare's method. At the same time the obtained differential equations of vibroexciters rotors movements allow us to study not only the steady established modes of the synchronous movement of vibroexciters, but also the processes of the establishment of such modes.

Keywords: vibroexciters, synchronization, oscillatory

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Kazimierz Dreszer