

Vlodymyr Dyduh, Vasyliy Sacyuk, Yuriy Cysh *, Stanisław Sosnowski**

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПРОИЗВОДСТВА ОРГАНО-МИНЕРАЛЬНЫХ УДОБРЕНИЙ

Аннотация. Одной из операций в технологическом процессе изготовления ОМУ, существенно влияющей на их качество, является смешивание компонентов. Интенсивность процесса смешивания на скатных лотках смесителя оценивается коэффициентом кратности переориентации взаимного расположения частиц компонентов смеси. Для определения коэффициента кратности необходимо установить скорость движения материала по поверхности лотка смесителя.

Ключевые слова: моделирование, органно-минеральные удобрения

ВВЕДЕНИЕ

Для уменьшения количества материальных расходов и времени при исследовании процессов производства органно-минеральных удобрений (ОМУ), необходимо создание математических моделей.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В работах [1, 2] была рассмотрена теория движения материальной частицы по гравитационных поверхностях. Данная теория действительна для идеально сыпучих материалов (начальное сопротивление сдвига $\tau_0 = 0$). Результаты исследования физико-механических свойств сапропеля и органно-минеральных смесей на его основе [5] позволяют сделать вывод о том, что для данных материалов существует некоторое начальное сопротивление сдвига τ_0 . Сопоставление значений коэффициентов трения показало, что коэффициент внешнего трения больше коэффициента внутреннего. Из этого следует, что

* Prof. dr Vlodymyr Dyduh, dr Vasyliy Sacyuk, dr Yuriy Cysh, Luckiy Gosudrstvienny Technichesky Universytet, Ukraina

** Dr hab. Stanisław Sosnowski, prof. WSIE, Wyższa Szkoła Inżynieryjno-Ekonomiczna w Ropczycach, Polska

движение материала будет происходить не непосредственно по поверхности скатного лотка смесителя, а по внутренних поверхностях материала.

ЦЕЛЬ СТАТЬИ

Целью статьи является создания математической модели движения сыпучего связанного материала по гравитационных поверхностях.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Для определения скорости движения материала по поверхности скатного лотка принимаем следующие допущения:

- перемещение компонентов смеси по скатных лотках рассматривается, как плоское движение частицы массой m , площадью контакта S , центр масс которой расположен в т. C .
- средняя скорость движения частиц компонентов смеси, расположенных в поперечном сечении потока, равняется скорости движения центра масс C частицы, расположенной в этом же сечении.
- сопротивление воздуха при движении компонентов не учитывается.

Обоснование параметров движения частиц смеси по гравитационной поверхности, с целью обеспечения наиболее интенсивного процесса смешивания частиц компонентов ОМУ, осуществляем, используя дифференциальное уравнение плоского движения твердого тела. Для анализа движения частицы, введём Декартову систему координат XOY в плоскости расположения образующей гравитационной поверхности. Ось OY данной системы координат направлена по вертикали в сторону действия силы тяжести (рис.1). В этой же плоскости введем натуральную систему координат с осями n и τ . Положения оси n , касательной к образующей гравитационной поверхности, относительно оси OY определяется углом θ .

При этом на частицу действуют следующие силы:

- 1) сила тяжести $G=mg$;
- 2) нормальная реакция опорной поверхности $N=\sigma S$;
- 3) сила трения скольжения $F_{mp}=(\tau_0 + \sigma f_0)S$;
- 4) центробежная сила инерции $F_i=m(V^2/\rho)$,

где: m – масса частицы смеси; g – ускорения свободного падения; σ – нормальное напряжение; S – площадь контакта частиц; τ_0 – начальное сопротивление сдвига; f_0 – коэффициент внутреннего трения скольжения частиц смеси; V – скорость движения центра массы частицы; ρ – радиус кривизны образующей поверхности лотка в данном положении.

$$\begin{cases} m \left(\frac{d\rho}{d\theta} \cdot (\theta')^2 + \rho \theta'' \right) = mg \sin \theta - (\tau_0 + \sigma f_0) S \\ m \rho (\theta')^2 = mg \cos \theta - \sigma S \end{cases} \quad (3)$$

Исключив из системы (3) реакцию опорной поверхности σS получим:

$$\left(\frac{d\rho}{\rho d\theta} - f_0 \right) (\theta')^2 + \theta'' = \frac{1}{\rho} \left(g \sin \theta - g f_0 \cos(\theta) - \left(\frac{\tau_0}{m} \right) S \right), \quad (4)$$

при этом

$$\begin{aligned} \sigma S &= mg \cos \theta - m \rho (\theta')^2 \\ \sigma S &= mg \cos \theta - m \rho (\theta')^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Из выше изложенного следует, что для решения дифференциального уравнения (4), необходимо задать функцию радиуса кривизны образующей поверхности скатного лотка смесителя $\rho = \rho(\theta)$. Но для практических расчетов удобнее использовать уравнение образующей поверхности лотка.

Определим зависимость между радиусом кривизны ρ и уравнением кривой $y=f(x)$, используя известную зависимость [3]:

$$\rho(x) = \frac{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right)^{3/2}}{\frac{d^2 y}{dx^2}}. \quad (6)$$

Из построения на рис.1 следует, что угол между осями τ и OX ($\angle XA\tau$) равняется углу между осями n и OY ($\angle YAn$). Поэтому $\angle XA\tau = \theta$.

На основании формулы (6) и учитывая, что $\frac{dy}{dx} = \tan \theta$, а $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{d\theta}{dx}$ получим:

$$\rho(\theta) = \frac{\cos^2 \theta (1 + \tan^2 \theta)^{3/2}}{\frac{d\theta}{dx}}. \quad (7)$$

Рассмотрим случай когда образующей есть парабола, уравнение которой в Декартовой системе координат имеет вид:

$$y = p_0 x^2, \quad (8)$$

где: $p_0 = \text{const}$

Для параболы, описанной уравнением (8), используя правила дифференциального исчисления можно доказать:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{2p_0}{1 + (2p_0x)^2} = \frac{2p_0}{1 + (tg\theta)^2}. \quad (9)$$

Подставляя (9) в (7) будем иметь зависимость для определения радиуса кривизны образующей $y = p_0x^2$ как функции угла θ :

$$\rho = \frac{\cos^2 \theta (1 + tg^2 \theta)^{3/2} (1 + (tg\theta)^2)}{2p_0}. \quad (10)$$

После упрощения будем иметь:

$$\rho = \frac{l}{2p_0 \cos^3 \theta}. \quad (11)$$

Тогда

$$\frac{d\rho}{d\theta} = 3\rho tg\theta. \quad (12)$$

Дифференциальное уравнение (4) движения частицы по лотку в случае, когда образующая поверхности имеет форму параболы $y = p_0x^2$, с учетом (11) и (12), запишем в виде:

$$(3tg\theta - f_0) \cdot (\theta')^2 + \theta'' = 2p_0 \cos^3 \theta \cdot \left(g \sin \theta - gf_0 \cos \theta - \frac{\tau_0}{m} S \right). \quad (13)$$

Для интегрирования данного дифференциального уравнения используем подстановку:

$$(\theta')^2 = \xi, \quad (14)$$

где ξ является функцией угла θ .

После дифференцирования по времени последней зависимости получим:

$$\theta'' = \frac{1}{2} \frac{d\xi}{d\theta}. \quad (15)$$

С учетом выше изложенных преобразований уравнение (13) приобретет вид:

$$2(3\operatorname{tg}(\theta) - f_0) \cdot \zeta + \frac{d\zeta}{d\theta} = 4p_0 \cos^3(\theta) \cdot \left(g \sin(\theta) - gf_0 \cos(\theta) - \frac{\tau_0}{m} S \right). \quad (16)$$

Полученное уравнение (14) есть уравнением типа Бернулли [3]. Решение этого уравнения будем искать в виде произведения двух функций:

$$\zeta = Q(\theta) \cdot U(\theta), \quad (17)$$

где $Q(\theta)$ – какая-либо функция, отличная от нуля и удовлетворяющая уравнение:

$$\frac{dQ}{d\theta} + 2(3\operatorname{tg}\theta - f_0)Q = 0. \quad (18)$$

Имея ввиду, что $\frac{d\zeta}{d\theta} = Q \frac{dU}{d\theta} + \frac{dQ}{d\theta} U$, уравнение (16) запишем в виде:

$$2(3\operatorname{tg}\theta - f_0)QU + Q \frac{dU}{d\theta} + \frac{dQ}{d\theta} U = 4p_0 \cos^3 \theta \cdot \left(g \sin \theta - gf_0 \cos \theta - \frac{\tau_0}{m} S \right). \quad (19)$$

Или

$$\left[\frac{dQ}{d\theta} + 2(3\operatorname{tg}\theta - f_0)Q \right] U + Q \frac{dU}{d\theta} = 4p_0 \cos^3 \theta \cdot \left(g \sin \theta - gf_0 \cos \theta - \frac{\tau_0}{m} S \right). \quad (20)$$

В выше изложенной зависимости (20), выражение, расположенное в квадратных скобках, равняется нулю, поскольку удовлетворяет уравнения (18). Для определения функции Q, рассмотрим дифференциальное уравнение (18). Данное уравнение есть однородным с разделяющимися переменными. После разделения переменных уравнение (18) будет иметь следующий вид:

$$\frac{dQ}{Q} = -2(3\operatorname{tg}\theta - f_0)d\theta. \quad (21)$$

Откуда

$$\ln|Q| = 6 \ln|\cos \theta| + 2f_0\theta. \quad (22)$$

Используя свойства натурального логарифма уравнение (22) можно привести к следующему виду:

$$Q = e^{2f_0\theta + \cos^6 \theta}. \quad (23)$$

Подставляя в (20) выражение (23) найдем уравнение для определения $U(\theta)$:

$$e^{2f_0\theta\cos^6\theta} \cdot \frac{dU}{d\theta} = 4p_0\cos^3\theta \cdot \left(g\sin\theta - gf_0\cos\theta - \frac{\tau_0}{m}S \right). \quad (24)$$

Откуда

$$U = 4p_0g \int e^{-2f_0\theta\cos^6\theta} \cdot \cos^3\theta \cdot \left(\sin\theta - f_0\cos\theta - \frac{\tau_0}{mg}S \right) d\theta. \quad (25)$$

Рассмотрим решение интеграла

$$I_1 = 4p_0g \int e^{-2f_0\theta\cos^6\theta} \cdot \cos^3\theta \cdot \left(\sin\theta - f_0\cos\theta - \frac{\tau_0}{mg}S \right) d\theta,$$

который входит в дифференциальное уравнение (25).

Используя показательный ряд, и ограничившись первыми двумя членами ряда, этот интеграл можно представить в следующем виде:

$$I_1 = 4p_0g \int (1 - 2f_0\theta\cos^6(\theta)) \cdot \cos^3(\theta) \cdot \left(\sin(\theta) - f_0\cos(\theta) - \frac{\tau_0}{mg}S \right) d\theta. \quad (26)$$

Применяя правила интегрирования суммы и метод интегрирования по частям, после упрощения получим:

$$\begin{aligned} I_1 = & -4p_0g \cdot \left\{ \frac{1}{4} \cdot \cos^4\theta + f_0 \left[\sin 2\theta \left(\frac{1-5f_0\theta}{75} (3\cos^3\theta + 4\cos\theta) + \frac{1}{8}\cos^2\theta + \frac{3}{16} \right) - \right. \right. \\ & - 2\frac{f_0+5\theta}{25}\cos^5\theta + 16\frac{1-5f_0\theta}{75}\sin\theta - \frac{8f_0}{45}(\cos^3\theta + 6\cos\theta) + \frac{3}{8}\theta \left. \right] + \\ & + \frac{\tau_0}{mg}S \left(\sin 2\theta \left(\frac{1}{6}\cos\theta - \frac{f_0\theta}{4}\cos^2\theta - \frac{3f_0\theta}{8} \right) - \frac{f_0}{8}\cos^4\theta - \frac{3}{8}f_0\cos^2\theta + \right. \\ & \left. \left. + \frac{2}{3}\sin\theta - \frac{3}{8}f_0\theta^2 \right) \right\} + C \end{aligned} \quad (27)$$

где C – произвольная постоянная, которая определяется из начальных условий движения частицы по поверхности скатного лотка.

На основании (2), (11), (17), (23), (27) получим:

$$\begin{aligned} V^2 = & \frac{I}{4p_0^2\cos^6\theta} e^{2f_0\theta\cos^6\theta} \left(C - 4p_0g \cdot \left\{ \frac{1}{4} \cdot \cos^4\theta + f_0 \left[\sin 2\theta \left(\frac{1-5f_0\theta}{75} (3\cos^3\theta + 4\cos\theta) + \right. \right. \right. \\ & + \frac{1}{8}\cos^2\theta + \frac{3}{16} \right) - 2\frac{f_0+5\theta}{25}\cos^5\theta + 16\frac{1-5f_0\theta}{75}\sin\theta - \frac{8f_0}{45}(\cos^3\theta + 6\cos\theta) + \frac{3}{8}\theta \left. \right] + \\ & + \frac{\tau_0}{mg}S \left(\sin 2\theta \left(\frac{1}{6}\cos\theta - \frac{f_0\theta}{4}\cos^2\theta - \frac{3f_0\theta}{8} \right) - \frac{f_0}{8}\cos^4\theta - \frac{3}{8}f_0\cos^2\theta + \frac{2}{3}\sin\theta - \frac{3}{8}f_0\theta^2 \right) \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

Произвольную постоянную интегрирования C , определим из выражения (28) при $t=t_0$, $\theta=\theta_0$, $V=V_0$.

$$C = \frac{V_0^2 \cdot 4p_0^2 \cos^6 \theta_0}{e^{2f_0\theta_0 \cos^6 \theta}} + 4p_0 g \cdot \left\{ \frac{1}{4} \cdot \cos^4 \theta_0 + f_0 \left[\sin 2\theta_0 \left(\frac{1-5f_0\theta_0}{75} (3\cos^3 \theta_0 + 4\cos \theta_0) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \frac{1}{8} \cos^2 \theta_0 + \frac{3}{16} \right) - 2 \frac{f_0 + 5\theta_0}{25} \cos^5 \theta_0 + 16 \frac{1-5f_0\theta_0}{75} \sin \theta_0 - \frac{8f_0}{45} (\cos^3 \theta_0 + 6\cos \theta_0) + \frac{3}{8} \theta_0 \right] + \right. \\ \left. \left. + \frac{\tau_0}{mg} S \left(\sin 2\theta_0 \left(\frac{1}{6} \cos \theta_0 - \frac{f_0\theta_0}{4} \cos^2 \theta_0 - \frac{3f_0\theta_0}{8} \right) - \frac{f_0}{8} \cos^4 \theta_0 - \frac{3}{8} f_0 \cos^2 \theta_0 + \frac{2}{3} \sin \theta_0 - \frac{3}{8} f_0 \theta_0^2 \right) \right] \right\} \quad (29)$$

Из зависимости (28) следует, что с увеличением значения начального сопротивления сдвига τ_0 скорость движения частицы уменьшается. Данную зависимость можно также использовать для исследования параметров движения идеально сыпучего материала, при этом $\tau_0 = 0$.

ВЫВОДЫ

Предложенный подход на основании модели плоского движения твердого тела дает возможность получить зависимости для определения скорости движения сыпучего материала по гравитационных поверхностях. Данная теория справедлива как для идеально-сыпучих материалов, так и материалов с начальным сопротивлением сдвигу.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Василенко П.М.**, 1960: Теория движения частиц по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин Укр. Акад. С.-х. Наук., Киев, 283с.
2. **Заика П.М.**, 1992: Избранные задачи земледельческой механики / Издательство УСХА, Киев, 512с.
3. **Пискунов Н.С.**, 1985: Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. т.1., М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 432с.
4. **Сацюк В.В.**, 2002: Аналіз процесу змішування матеріалів на скатних лотках змішувачів. Наукові нотатки: Міжвузівський збірник за напрямом „Інженерна механіка” вип.11, Луцьк: Луцький державний технічний університет, С.255–259.
5. **Сацюк В.В.**, 2003: Результати дослідження фізико-механічних властивостей сапропелю та органо-мінеральних сумішей на його основі. Сільськогосподарські машини. Зб. наук. ст., вип. 11, Луцьк: Ред.-вид. відділ ЛДТУ. С.101–106.

MODELING THE PROCESS OF ORGANIC-MINERAL FERTILIZERS PRODUCTION

Summary. Mixing the components is one of the processes included into producing organic-mineral fertilizers. Modeling the process of mixing the components allows to formulate the law of moving the mixture components. Already existing researches on movements of the loose substances upon the gravity surfaces are based on the movement of a material point, influenced by the enclosed forces, upon the surface. The given theory is valid if applied to the research of movement parameters of perfectly loose substances only $\tau_0=0$.

In the article we introduce the method of defining the velocity of movement of loose and loose conjoint substances upon the surfaces of rolling trays of the mixers. The dependence for defining the velocity of movement of the substance upon the surface, the forming line to which is a parabola, was formulated on the bases of the propounded method.

Keywords: modeling, process organic–mineral fertilizers

Recenzent: Prof. dr hab. Janusz Nowak