

Mircea NĂSTĂSOIU  
Vasile PĂDUREANU  
Stelian NĂSTĂSOIU

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВИЖИТЕЛЯ ТРАКТОРА 4×4 С ДОРОГОЙ С ЦЕЛЬЮ РАСЧЁТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАСАТЕЛЬНОГО ТЯГОВОГО УСИЛИЯ ПО ВЕДУЩИМ ОСЯМ

The mathematical modelling of 4x4 tractor's interaction with the soil aims at determining the distribution of tractive effort within the driven axles

Как известно из общей динамики автомобилей и тракторов, колёсы движителя могут находиться в пяти режимов: ведомый, ведущий, тормозной, нейтральный, и свободный [1, 3, 5]. Следовательно, для автомобилей и тракторов с четырьмя ведущими колёсами существуют 25 динамических схем:  $A_5^{2(nobm)} = 5^2 = 25$  (число размещений с повторениями элементов). Конечно, не все схемы имеют одинаковые теоретические и практические значения. Особое значение имеет случай когда, фактически, все колеса являются ведущими. На рис. 1 показана схема сил, действующих на трактор в этом случае.

Производится анализ частного случая: трактор имеет прямолинейное движение по горизонтальной дороге, с постоянной скоростью, а тяговое усилие параллельно поверхности пути. По существу это соответствует стандартным условиям испытания тракторов.

Величина  $R_r$  сопротивления качению трактора определяется по уравнению:

$$R_r = f_1 Z_1 + f_2 Z_2$$

где:

$Z_1$  и  $Z_2$  – нормальные реакции дороги,  
 $f_1$  и  $f_2$  – коэффициенты качения колёс трактора.

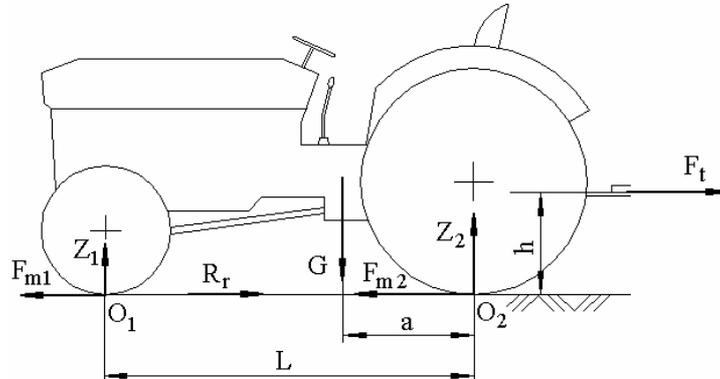


Рис. 1. Схема сил действующих на колёсный трактор 4×4 при установившемся движении

Здесь и в дальнейшем индекс «1» относится к переднему мосту, а «2» – к заднему мосту трактора.

Так как невозможно учесть особенности работы каждого колеса, допускается что  $f_1 = f_2 = f$ , а общая сила сопротивления качению трактора определяется по выражению:

$$R_r = fG,$$

где:

$G$  – эксплуатационный вес трактора.

При установившейся работе трактора на горизонтали без учёта сопротивления воздуха получим следующее уравнение тягового баланса:

$$F_{m1} + F_{m2} = F_m = F_t + fG, \quad (1)$$

где:

$F_{m1}$  и  $F_{m2}$  – соответствующие касательные силы тяги,

$F_m$  – общая касательная сила тяги,

$F_t$  – тяговое усилие.

Из уравнений моментов всех сил, действующих на трактор (рис. 1), относительно точек  $O_1$  и  $O_2$ , определяем нормальные реакции трактора:

$$Z_1 = \frac{Ga - F_t}{L} = Z_{01} - \frac{F_t h}{L}; \quad Z_{01} = \frac{Ga}{L}; \quad (2)$$

$$Z_2 = \frac{G(L - a) + F_t h}{L} = Z_{02} + \frac{F_t h}{L}; \quad Z_{02} = \frac{G(L - a)}{L}; \quad (3)$$

где:

$a$  – продольная координата центра тяжести трактора,

$L$  – продольная база трактора,

$h$  – высота точки прицепа,

$Z_{01}$  и  $Z_{02}$  – статические реакции.

Проведённый анализ превращается в статически неопределимую задачу: существуют три уравнения, а в них имеются четыре неизвестных:

$F_{m1}$ ,  $F_{m2}$ ,  $Z_1$  и  $Z_2$ . Для решения этой задачи выводим другие уравнения из теоретического исследования взаимодействия движителя трактора 4×4 с дорогой.

Принимаем в качестве переменной независимой величины буксования  $\delta_2$  задних колёс. Коэффициент  $k$  кинематического несоответствия передних и задних колёс делает связь между буксованиями этих колёс [3, 4]:

$$k = \frac{1 - \delta_2}{1 - \delta_1},$$

В случае прямолинейного движения трактора, последнее выражение можно записать в следующем виде:

$$k_r = \frac{1 - \delta_2}{1 - \delta_1} = \frac{i_2}{i_1} \cdot \frac{r_1}{r_2}, \quad (a)$$

где:

$i_1$  и  $i_2$  – передаточные числа привода передних и задних колёс,  
 $r_1$  и  $r_2$  – радиусы соответствующих колёс.

Имея в виду радиальную деформацию шин, выражение (a) принимает вид:

$$k_r = \frac{i_2}{i_1} \cdot \frac{r_{01} - Z_1 / \lambda_{r1}}{r_{02} - Z_2 / \lambda_{r2}}, \quad (4)$$

где:

$r_{01}$  и  $r_{02}$  – свободные радиусы ненагруженных колёс,  
 $\lambda_{r1}$  и  $\lambda_{r2}$  – коэффициенты жесткости в нормальном направлении, Н/м.

Если нет экспериментальных данных, то коэффициенты  $\lambda_r$  можно определять с достаточной степенью точности формулой Хейдекеля [2, 3]:

$$\lambda_r = 2\pi p_w \sqrt{r_0 r_c},$$

где:

$p_w$  – давление воздуха в шине, Н/м<sup>2</sup>,  
 $r_0$  – свободный радиус ненагруженного колса, м,  
 $r_c$  – радиус сечения шины, м.

Используя уравнение (a), определяем буксование  $\delta_1$  передних колёс:

$$\delta_1 = \frac{k_r - 1}{k_r} + \frac{\delta_2}{k_r}. \quad (5)$$

Удельная сила тяги оказывает основное влияние на буксование колёс трактора. Этот параметр определяется отношением  $\varphi_m = F_m / Z$ , т.е. отношением касательной силы тяги к нормальной реакции. Его величина изменяется от  $\varphi_m = 0$ , когда  $F_m = 0$ , до  $\varphi_m = \varphi_{m \max} = \varphi$ , когда  $\delta = 1$  (где  $\varphi$  – коэффициент сцепления движителя с почвой).

В работе [3] изложен метод по определению функции  $\varphi_m = f(\delta)$ , для колёсных тракторов, которая имеет вид:

$$\varphi_m = \frac{A + \delta - \sqrt{(A + \delta)^2 - 4BC\delta}}{2B}; \quad A = \frac{3m\varphi}{4}; \quad B = \frac{m}{2}; \quad C = \varphi + \frac{m\varphi^2}{4},$$

где:

$m$  – угловой коэффициент прямой, которая приблизительно оценивает линейную зависимость буксования при малых и средних тяговых усилиях;

$\varphi$  – коэффициент сцепления колёс с дорогой.

Следовательно, удельные силы тяги передних и задних колёс, в зависимости от соответствующих буксований, определяются выражениями:

$$\varphi_{m1} = \frac{A_1 + \delta_1 - \sqrt{(A_1 + \delta_1)^2 - 4B_1C_1\delta_1}}{2B_1}; \quad (6)$$

$$\varphi_{m2} = \frac{A_2 + \delta_2 - \sqrt{(A_2 + \delta_2)^2 - 4B_2C_2\delta_2}}{2B_2}; \quad (7)$$

Тяговые усилия, развиваемые ведущими мостами трактора, вычисляются по следующим формулам:

$$F_{m1} = \varphi_{m1}Z_1; \quad (8)$$

$$F_{m2} = \varphi_{m2}Z_2. \quad (9)$$

Таким образом, для решения рассматриваемой проблемы имеются девять уравнений и девять неизвестных:  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $k_r$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\varphi_{m1}$ ,  $\varphi_{m2}$ ,  $F_{m1}$ ,  $F_{m2}$ . Из числовых рядов, полученных для каждой величины тягового усилия  $F_t$  с разными буксованиями  $\delta_2$ , истинная величина будет та которую будет удовлетворять тяговый баланс (1).

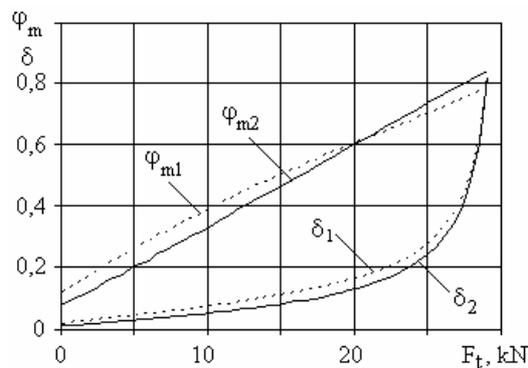


Рис. 2. Зависимость удельных касательных сил тяги и буксований от тягового усилия

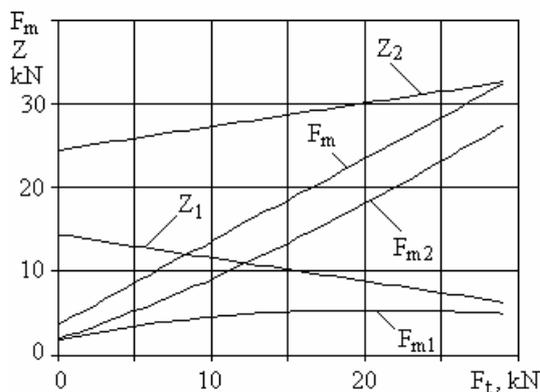


Рис. 3. Зависимость касательных сил тяги и нормальных реакции дороги на ведущие колеса от тягового усилия

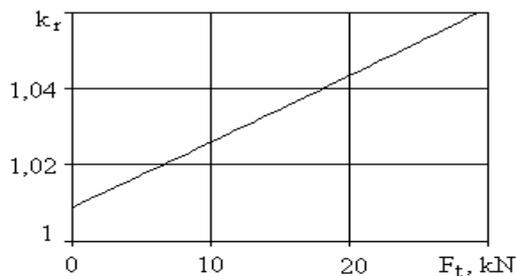


Рис. 4. Зависимость коэффициента кинематического несоответствия передних и задних колёс от тягового усилия

На рисунках 2, 3 и 4 нанесены кривые показывающие зависимость всех указанных параметров ( $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $k_r$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\varphi_{m1}$ ,  $\varphi_{m2}$ ,  $F_{m1}$ ,  $F_{m2}$ ) от тягового усилия. Эти результаты были получены аналитическим путём, используя предложенный алгоритм, для трактора с четырьмя ведущими колёсами U 651 M (с взаимноблокированными осями), считая что он работает на стерне.

Следовательно, предлагаемый алгоритм позволяет определить распределение касательных сил тяги между ведущими мостами трактора 4×4. Этот метод имеет обобщённый характер, поскольку его можно использовать для любого трактора 4×4, в разных условиях работы.

### Литература

1. Гришкевич А. И.: Автомобили, Теория. Минск, Высшая школа, 1986.
2. Гуськов В.В.: Тракторы, часть 2, Теория. Минск, Высшая школа, 1977.
3. Năstăsioiu, S. и др.: Tractoare., Бухарест, Editura Didactică și Pedagogică, 1983.
4. Чудаков Д. А.: Основы теории трактора и автомобиля. Москва, Издательство с.-х. литературы журналов и плакатов, 1986.
5. Чудаков Е. А.: Избранные труды, т. 1. Москва, Издательство Академии наук, 1961

**Аннотация**

Изложены методика и результаты для определения распределения касательных сил тяги между мостами полноприводного трактора с заблокированным межосевым приводом, при работе с крюковой нагрузкой на стерне.

**Summary**

There are presented the methods and the results regarding the tractive effort's distribution within the driven axles of a 4×4 tractor that does not own an inter-axle differential. The case makes reference to the exploitation on stubble field.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Eugeniusz Krasowski