

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ ПРИБОРОВ ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КРИВЫХ
ВТОРОГО ПОРЯДКА

Vyacheslav Tabatskov¹, Leonid Vorobiov², Sergey Stepanov³

¹Vyacheslav Tabatskov, Kosmonavtiv Street 140-h, kv. 105, Mykolayiv 54031, Ukraine

²Leonid Vorobiov, Geroiv Stalingrada Street 17, kv. 119, Mykolayiv 54025, Ukraine

³Sergey Stepanov, Chigrina Street 20-h, kv. 64, Mykolayiv 54020, Ukraine

Mykolayiv State Agrarian University, Ukraine

Аннотация. В работе рассмотрены механизмы преобразования кривых 2- го порядка в кривые высших порядков.

Ключевые слова: кинематика, рычаг, шарнир, прибор, парабола, окружность, гипербола, эллипс.

ВСТУПЛЕНИЕ

Комплексная механизация и автоматизация таких процессов как резание и обработка деталей сложной конфигурации, нарезание некруглых зубчатых колес, фрезерование криволинейных пазов, профилей и поверхностей, разметка, раскрой и т. п. требует создания устройств, обеспечивающих перемещение рабочих органов по определенным траекториям.

В основе этих устройств лежат механизмы для образования или преобразования заданных кривых. Кроме указанных целей, такие механизмы находят также широкое применение в счетно-решающих устройствах, приборах для черчения и для выполнения различных математических операций. Этим объясняется повышенный интерес к их теории, методам синтеза и практике применения.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЙ

В последние десятилетия все большее применение получают алгебро - геометрические методы, сочетающие простоту геометрических построений с точностью алгебраических исследований. К таким комплексным методам относятся также и методы кинематической геометрии, основанной трудами Л. Эйлера, Л. Камюса, Г. Понселе, Ф. Рело и др. ученых XVIII - XXIV века. Дальнейшее развитие эти методы получили в работах Р. Бейера, Н. И. Мерцалова, В. Гартмана, Я. Л. Геронимуса, И.И. Артоболевского и др. ученых-механиков и геометров.

Методы кинематической геометрии используются преимущественно при точном синтезе. Они позволяют получать шарнирно – рычажные механизмы, сочетающие в себе простоту настройки и универсальность.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

В настоящей работе авторами рассмотрены механизмы преобразования кривых второго порядка (окружности, параболы, гиперболы и эллипса) в кривые высшего порядка.

1°. Рассмотрим механизм преобразования окружности в кривую 6 - го порядка (рис.1).

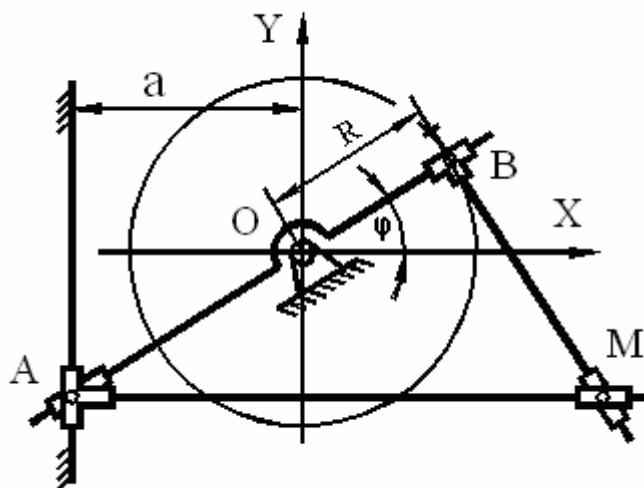


Рис.1. Кинематическая схема прибора для преобразования окружности 6-го порядка

Fig.1. Kinematics chart of device for transformation of circumference of 6th order

Из рис.1 следует, что т. В описывает окружность по уравнению:

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad [1].$$

Запишем уравнение прямой ВМ следующим образом

$$y - R \sin \varphi = -\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} (x - R \cos \varphi), \quad (1)$$

а уравнение прямой АМ в виде:

$$y = -a \operatorname{tg} \varphi. \quad (2)$$

Теперь решим совместно уравнение (1) и (2), исключая параметр φ найдем кривую, которую описывает точка М.

В результате получим уравнение кривой 6 – го порядка вида

$$(a^2 + y^2) (ax - y^2)^2 = (ya + Ry^2)^2.$$

2°. Рассмотрим механизм преобразования эллипса в кривую 4- го порядка (рис.2).

Из рис. 2 очевидно, что точка D описывает эллипс по уравнению:

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{c^2} = 1 \quad [2].$$

Для определения траектории т. М следует решить совместно уравнения прямых ВМ и DM.

$$\text{Прямая ВМ} \Rightarrow y = \frac{ac}{b} \operatorname{ctg} \alpha. \quad (3)$$

$$\text{Прямая DM} \Rightarrow y - c \cdot \cos \alpha = -\frac{by}{ac} (x - b \sin \alpha). \quad (4)$$

Исключая параметр α из уравнений (3) и (4), придем к выражению кривой

4 – го порядка вида:

$$(a^2 c^2 + b^2 y^2) (ac + bx)^2 = a^2 b^2 c^2 (c + b)^2.$$

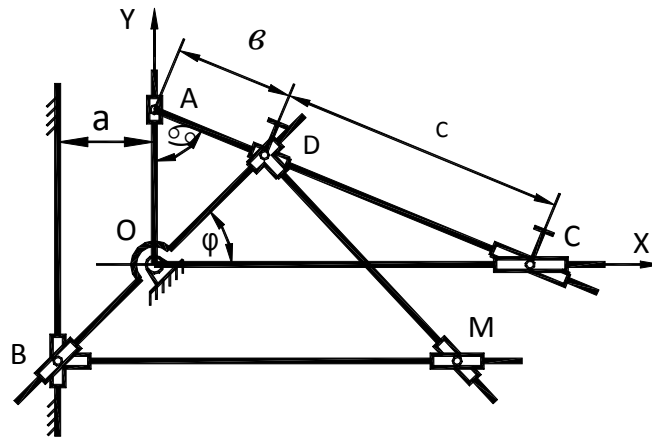


Рис.2. Кинематическая схема прибора для преобразования эллипса в кривую 4-го порядка

Fig. 2. Kinematics chart of device for transformation of ellipse to the curve of 4th order

3°. Рассмотрим механизм преобразования гиперболы в кривую 3 – го порядка.

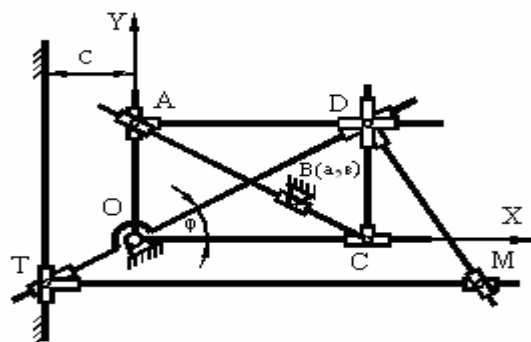


Рис.3. Кинематическая схема прибора для преобразования гиперболы в кривую 3-го порядка

Fig. 3. Kinematics chart of device for transformation of hyperbola to the curve of 3-th order

Из представленной кинематической схемы на рис. 3 видно, что т. D

описывает гиперболу [3] по уравнению $xy = ay + bx$ [3].

ВЫВОДЫ

Направляющие механизмы находят широкое практическое применение в качестве:

- приборов для черчения, разметки и раскроя;
- механизмов-построителей, обеспечивающих бескопирное перемещение инструмента (резца, фрезы, газового резака, круга и пр.);
- узлов машин – автоматов, точных приборов и счетно-решающих устройств;
- манипуляторов промышленных роботов.

Внедрение вышеупомянутого, даст возможность обеспечить потребность сельхозпредприятий в соответствующей технике, внедрить современные ресурсо- и энергосберегающие технологии и уменьшить расходы на изготовление сельхозпродукции, существенно улучшить ее качество и сделать его конкурентоспособным на требовательном мировом рынке. Этот очень актуальный вопрос, особенно учитывая перспективу вступления Украины в ВТО.

ЛИТЕРАТУРА

- Савелов А.А.: Плоские кривые, М. Физматгиз, 1956.
Артоболевский И.И.: Теория механизмов для воспроизведения плоских кривых. М., Наука, 1959.
А.с. № 825359, бюл. №16, 1981.
Артоболевский И.И.: Механизмы в современной технике, т. II, мех-м №1092, М., 1971

KINEMATICS GEOMETRY OF DEVICES FOR TRANSFORMATION OF CURVES OF THE SECOND ORDER.

Summary. The article deals with the mechanisms of transformation of curves of the second order into the curves of higher orders.

Key words: kinematics, lever, hinge, device, parabola, circumference, hyperbola, ellipse.

Reviewer: Yury Seleznyov, Prof. Sc. D. Eng.